



Les premiers pas de la science

Ci-dessus : Sculpture du dieu Pan par Fanis Sakellariou (1916-2000), aux buttes Chaumont, Paris (don du comité scientifique grec de Genève à la ville); (à droite) vue du port d'Alexandrie.

I. Introduction.

Citation de circonstance

- Alors, que le phénoménologue des sciences E. Husserl considère que l'origine de la Géométrie revient à Platon et non à un « *Thalès imaginaire* » (L'origine de la géométrie).
- Néanmoins, dira Bachelard : « *Husserl reconnaissait que ce qui rend possible la science c'est, heureusement, non pas la réflexion qui pénètre l'essence des choses mais l'instinct scientifique.* »

(Bachelard, la préface au livre de J. Cavailles *Sur la logique*)

Ci-contre alphabet grec (très utile pour lire et écrire certaines équations, et c'est le premier alphabet pour écrire une langue indo-européenne), ici ne figurent pas koppa (entre pi et rô), ni stigma/digamma (entre epsilon et dzêta) ce qui revient alors à un alphabet à 26 lettres. Les mêmes signes avec un ' signifient des chiffres d'abord (de 1 à 10 alpha à iota) puis de 10 à 100 (iota à rô) puis jusqu'à 800 (oméga) avec des signes complémentaires pour aller jusqu'à 9000. Le zéro est inconnu. Le calcul basé sur ces écritures étant impossible, les grecs utilisaient des abaquas en bois divisés en colonnes.

A α	a alpha	N ν	n nu
B β, β	b bêta	Ξ ξ	ks kai
Γ γ	g gamma	Ο ο	o omicron
Δ δ	d delta	Π π	p pi
Ε ε	e epsilon	Ρ ρ	r rô
Ζ ζ	dz dzêta	Σ σ,ς	s sigma
Η η	e êta	Τ τ	t tau
Θ θ	t aspiré : thêta	Υ υ	u upsilon
Ι ι	i iota	Φ φ	p aspiré : phi
Κ κ	k kappa	Χ χ	k aspiré : khi
Λ λ	l lambda	Ψ ψ	ps psi
Μ μ	m mu	Ω ω	o oméga

Qu'est-ce que l'intuition scientifique?

- L'intuition cela peut aussi être le fait d'être en avance sur son époque, d'être inactuel.
- Cela peut être aussi avoir une sorte de pressentiment qu'il est nécessaire de contourner une impossibilité, pour trouver un autre chemin.

Qu'est-ce que l'intuition? Si elle est mécanisable?

- L'intuition est une manière de dire qu'on trouve quelque chose et ce n'est pas complètement par hasard, malgré toutes apparences, et la complexité de la situation où l'on se place.
- En informatique on ne peut pas vraiment produire du hasard, mais le simuler seulement, alors est-ce que, au moins, on peut produire de l'intuition ? La question est là.
- L'intuition peut, certes, être mauvaise conseillère, source d'erreurs, et des intuitions peuvent entrer en contradiction. Mais ce n'est pas cela qui nous intéresse, sauf si cela suffit à montrer que la mécanisation de l'intuition n'a aucun sens.

- Enfermer l'intuition dans un programme pourrait vouloir dire la fin de l'intuition. Le degré zéro de l'intuition.
- Mais, trouver un moyen de mécaniser l'intuition, cela peut vouloir dire aussi, positivement, éviter d'être obligé de tout redémontrer à chaque fois, en donnant à l'intuition les moyens de devenir rigoureuse dès le départ.
- Pour cela méditer sur « la naissance de la Géométrie comme science » va certainement nous aider.

Feuille de route

- I. Introduction
- II. L'invention de la science (Avant J.C.)
 - Thalès
 - Pythagore
 - Platon
 - Aristote
 - Euclide
- III. Le développement de la science.
 - Eratosthène
 - Archimède
 - Apollonius
- IV. Les derniers rayonnement de la science (Après J.C.)
 - Ptolémée
 - Pappus d'Alexandrie
 - Héron d'Alexandrie
 - Diophante
- V. Conclusion

II. Quand les premiers scientifiques posent les bases de la Géométrie

- 1) Thalès de Millet (sur la côte Turque actuelle) né dans cette ville vers -625 et mort au même endroit vers -547, il fut l'un des « 7 sept sages » de la Grèce antique (la liste la plus ancienne des 7 sages est donnée par Platon dans le dialogue *Protagoras*).
- 2) Pythagore naît à Samos vers -569, meurt en Italie à Métaphonte vers -494.
- 3) Sur Euclide on ne sait presque rien, sauf 2 faits discutables selon Heath, le spécialiste anglais : Euclid vécut après Platon, et avant Archimède et il travailla à Alexandrie (et il tiendrait sa formation peut-être de l'école platonicienne).

Thalès de Milet



- Selon la légende (-625 -547 av. J.C.) il aurait calculé la hauteur de la pyramide de Khéops en mesurant la longueur de son ombre et la longueur d'un bâton.
- La proposition II du livre 6 des *Eléments* d'Euclide énonce une généralisation du théorème de Thalès.
- Ne pas confondre Thalès et Thales, sans accent.

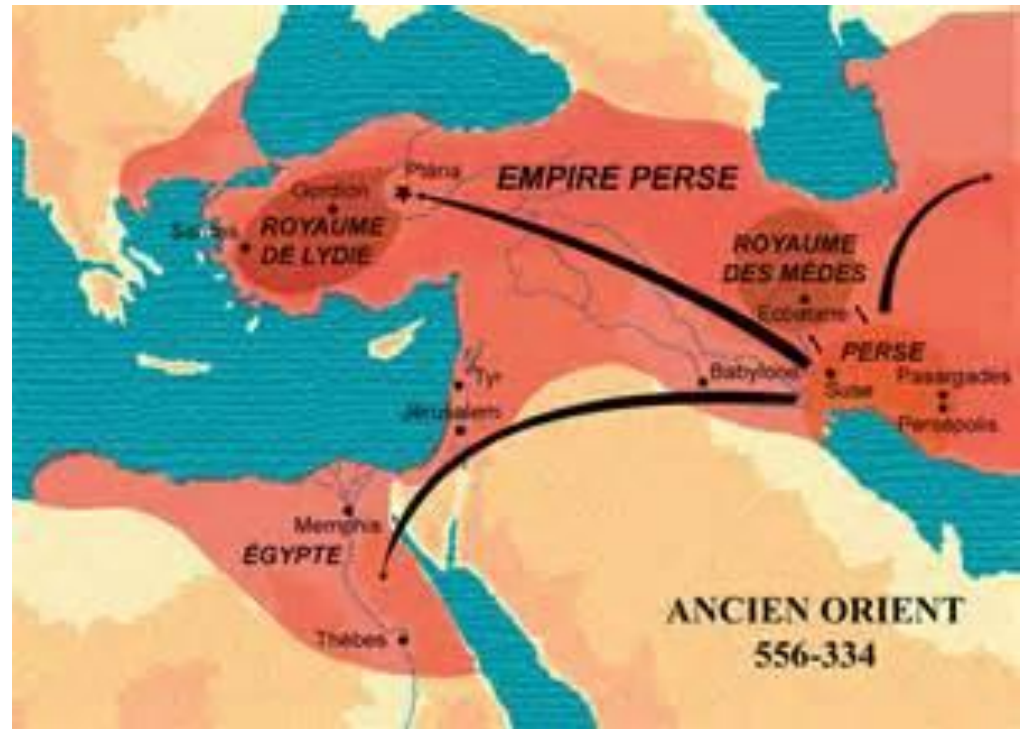
Ci-dessus : vue de Millet (qui n'a plus accès à la mer comme dans l'antiquité)

Théo	Etant données deux droites (D) et (D') sécantes en A, M et N deux points de (D) distincts de A, M' et N' deux points de (D') distincts de A, si (MM') et (NN') sont parallèles, alors $AM/AN = AM'/AN' = MM'/NN'$
Coroll.	Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté, et est parallèle à un 2° côté, alors elle coupe en son milieu le 3°
Récip.	Etant données (D) et (D') droites sécantes en A, et M, N deux points de (D) distincts de A, et M', N' deux points de (D') distincts de A. Si $AM/AN = AM'/AN'$, alors A, M, N et A, M', N' sont alignés dans le même ordre et (MM') // (NN')
Coroll	Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au 3° côté.

Thalès

- « *Ne te porte jamais caution* » (Ἐγγύα, πάρα δ' ἄτα) serait la devise de Thalès, car les 7 sages ont chacun une devise.
- Les listes divergent, parfois on trouve Pythagore, mais parmi les 7 certains des noms, dont Thalès font l'unanimité.
- Millet fut reconstruite, au début de l'apogée de la civilisation grecque, à la suite d'une série de victoire contre les perses en -479 av. JC, car les Perses avaient détruit la ville en -494. La vie de Thalès à Millet est antérieure.

Ci-contre : Extension de l'empire Perse avant que la Grèce n'atteigne l'apogée de sa civilisation : les colonies grecques en Libye, (la Ionie) sont le berceau de la civilisation occidentale, et il est situé en Orient (Turquie actuelle) avec le sanctuaire d'Apollon à Didymes notamment.

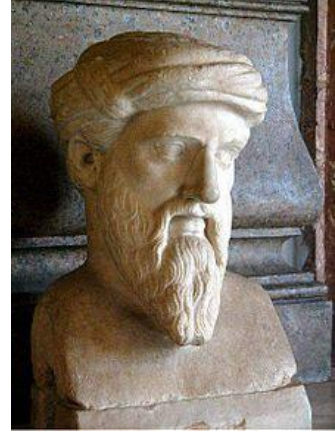


Thalès

- Millet est située dans la Ionie avec la citée antique Didymes célèbre pour le sanctuaire et l'oracle d'Apollon dont le temple est pillé par Darius en -494). La Ionie est la première région grecque où se sont développés l'art, la science, la philosophie (l'île de Samos, dont Pythagore est originaire, en fait encore partie). Selon Hérodote les ioniens sont arrivés au cours du 1^{er} millénaire av. J.C et ils assimilèrent un culte et un sanctuaire déjà existant dédié à la déesse Nature.
- Le site de la ville antique de Millet se trouve actuellement sur le territoire du village turque de Balat qui a été capitale ottomane au XIV^{ème} siècle.

Ci-contre Isaac Barrow, le maître de Newton à Cambridge, au 17^{ème} siècle, qui a fait un voyage en Turquie, où il resta un certain temps. Durant son voyage de retour, tous ses biens seront détruits par les pirates. Une fois à Cambridge il donne des conférences sur les tangentes. Il n'est pas impossible qu'il ait voyagé pour se rendre à Millet (le site de la ville de Thalès), Samos (Pythagore) ou Aksu (Apollonius). Il fit plus tard (1675) une traduction des 4 livres sur les coniques d'Apollonius

Pythagore de Samos (VI^os. av. J.C.)



- C'est un athlète dans sa jeunesse : il emporte tous les combats de boxe aux jeux Olympiques à 17 ans (57^{ème} olympiade). Plus tard c'est à Crotone qu'il fonde son école de sagesse, puis il fonde d'autres communautés similaires en Italie et en Grèce, défendant des lois aristocratiques, mais les émeutes populaires menacent, et il se réfugie à Métaponte.
- L'école de Pythagore découvre l'irrationalité de $\sqrt{2}$, et c'est Euclide qui la démontra.
- Voici un petit problème pythagoricien : Polycrate, tyran de Samos, demande un jour à Pythagore le nombre de ses élèves en ces termes : « Fortuné Pythagore, rejeton héliconien des Muses, dis-moi combien dans ton école tu as d'athlètes que tu dresse aux glorieux exercices de la philosophie? – Je vais te le dire, Polycrate : la moitié étudie les belles sciences mathématiques; l'éternelle nature est l'objet des travaux d'un quart; un septième s'exerce au silence et à la méditation; il y a de plus 3 femmes dont Théano est la plus distinguée. Voilà le nombre de mes disciples qui sont aussi ceux des Muses. »
- On appelle nombres de Pythagore les triplets a , b , et c qui vérifient la relation $a^2+b^2=c^2$. Exemple : $3^2+4^2=5^2$. Il existe une infinité de nombres entiers positifs qui remplissent cette condition.
- Ci-contre buste de Pythagore, musée du Capitole à Rome.



Théo	Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2=AB^2+AC^2$
Réciproque	Si les côtés d'un triangle ABC vérifient $BC^2=AB^2+AC^2$, alors le triangle est rectangle en A

Nombres de Pythagore

- Ils possèdent plusieurs propriétés faciles à vérifier:

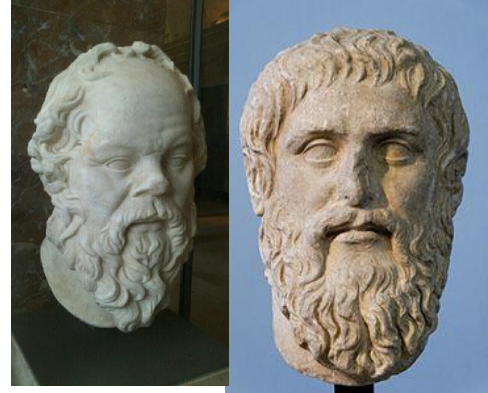
- 1) Un des côtés doit être un multiple de 3.
- 2) Un des côtés doit être un multiple de 4.
- 3) Un des nombres de Pythagore doit être un multiple de 5.

Ci-contre : vue de Métafonte.



Platon

(427-348 av. JC.)

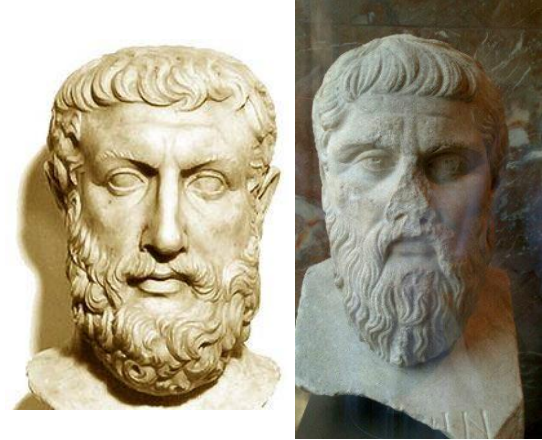


- Citation : « *Nul n'entre ici s'il n'est géomètre* » frontispice de l'Académie.
- Il a défini 5 solides comme des polyèdres réguliers dans son dialogue du *Timée* : tétraèdre, cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre.
- Les solides de Platon sont étudiés dans les *Eléments* d'Euclide, et Euler mettra en évidence plusieurs de leurs propriétés remarquables.
- Archimède, quant à lui, définira 13 solides comme des polyèdres convexes semi-réguliers (qui peuvent tous être construits à partir des solides de Platon en opérant des symétries variées).
- Dans le dialogue *Ménon*, Platon met en scène le problème de Pythagore concernant l'irrationalité de $\sqrt{2}$
- La logique moderne, dans l'ouvrage de Kleene notamment, *Logique mathématique*, a toujours pour rôle de démasquer des sophismes.

Ci-contre (droite) copie du portrait réalisé par Silanion pour l'Académie vers -370 av. J.C., Centrale Montemartini; (gauche) Socrate, Louvre; (bas) jardin d'Academos



Les nombres de Platon



- Une relation à laquelle Platon s'est beaucoup intéressée : $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$.
- Si l'on cherche d'autres rapports du même genre on pose une équation indéterminée du 3^{ème} degré: $x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = 0$
- On pourrait montrer sans très grande difficulté encore qu'il y a une infinité de quadruplets de nombres entiers positifs ou négatifs qui satisfont cette relation.

Ci-contre (gauche) buste de Parménide, philosophe présocratique, maître de Zénon d'Elée, école des sophistes; (droite) Le « Platon du Louvre » qui rend visible les épaules larges et le petit coup, d'où son nom « Platon »; (bas) jardins d'Academos.



Académie de Platon et Aristote

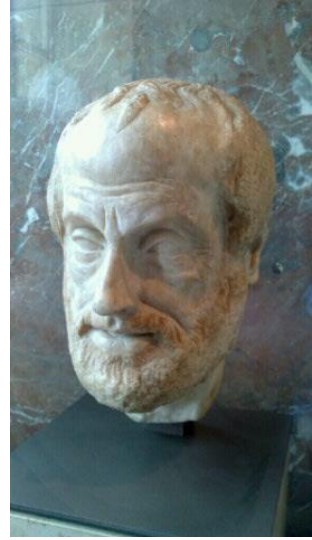
- L'Académie tire son nom de la terre où elle est située, au nord-est d'Athènes, près du tombeau du héros grec Académus qui évita à Athènes d'être détruite par les frères jumeaux Castor et Pollux, venu libérer leur sœur Hélène, enlevée par Thésée, roi athénien, alors qu'il était veuf de 50 ans et qu'elle n'avait que 12 ans. Académus disant au Dioscures où se trouvait Hélène évite à la ville d'être détruite. (Avant la guerre de Troie donc car Hélène n'est alors qu'une enfant dans la légende)



La Logique d'Aristote.

- Aristote a créé la discipline Logique avec son ouvrage sur la *Rhétorique* (-329,-323), cependant il a ensuite dédaigné le sujet, comme cela a été remarqué par des auteurs tels que Bernard Ruyer dans *Logique* (1990).
- Le mot « logiquement » prend même un sens péjoratif dans les écrits d'Aristote, un sens opposé à raisonnable et intelligible: « argumenter logiquement » signifie parfois argumenter à la manière des platoniciens, c'est-à-dire en faisant des raisonnements vides.

Ci-contre (droite) portrait d'Aristote, au Louvre, d'après un original en bronze de Lysippe (portraitiste attitré d'Alexandre le Grand); (gauche) Alexandre, Louvre.



Euclide d'Alexandrie (-330,-275 av. JC.)

- Citation : « *En géométrie, il n'y a pas de chemin réservé aux rois* »
- Il a écrit les *Eléments de Géométrie*, à Alexandrie.
- Il définit l'égalité de deux figures : « *Les grandeurs qui s'ajustent les unes sur les autres sont égales entre elles* ».
- Il définit ainsi la « Divine proportion » : « *Une droite est coupée en extrême et moyenne raison quand elle est tout entière relativement au plus grand segment ce que le plus grand est au plus petit* »
- En arithmétique on lui doit, notamment, la division euclidienne, et l'algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD de 2 nombres.
- La division d'Euclide : Pour a et b des nombres entiers issus des ensembles $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{N}^*$ respectivement, il existe un unique couple d'entier q et r tel que $a=bq+r$, avec $0 \leq r < b$.



Ci-contre statue d'Euclide à Oxford; (ci-dessous) dessin allégorique représentant une naissance dans une grotte marine de l'auteur.



Euclide

- Au XIX^os. Lobatchevski proposa plusieurs modèles de géométrie vérifiant les premiers axiomes d'Euclide, et où le 5^{ème} postulat est faux. C'est le début de la géométrie non euclidienne.
- 5^{ème} postulat d'Euclide: « *Par un point du plan, il passe une et une seule parallèle à une droite donnée* »



Euclide

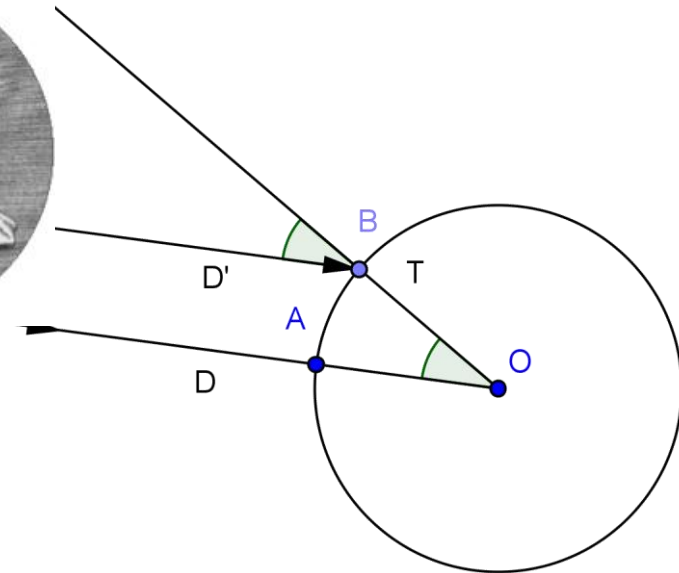
- Citation : *« At the age of eleven, I began Euclid, with my brother as my tutor. This was one of the great events of my life, as dazzling at first love. I had not imagined that there was anything so delicious in the world »*
Bertrand Russell.

III. La plus grande bibliothèque, et les premiers « ingénieurs-chercheurs ».

- 1) La bibliothèque est fondée par Alexandre en -288 à Alexandrie, et détruite entre -48 et 642. Eratosthène est originaire de Cyrène (Libye actuelle), il est le directeur de la grande bibliothèque et aussi précepteur de Ptolémée IV, fils du pharaon.
- 2) Syracuse est le siège des romains lors de la 2^{ème} guerre punique, Archimède a fait ses études à Alexandrie, et il est né à Syracuse et entre comme ingénieur au service du roi pour protéger la ville contre les romains. Il meurt en -212, lorsque la ville est prise par Marcellus.
- 3) Apollonius (-262-190) est originaire de Pergé, l'actuelle Aksu en Turquie à 17km à l'est d'Antalya. Il meurt à Alexandrie.

Eratosthène de Cyrène (-250 av. JC)

- Il est directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, et conseiller du pharaon Ptolémée III, petit fils d'Alexandre le Grand.
- Une utilisation des angles correspondants pour calculer le rayon de la Terre.
 - Définition : Ce sont les angles qui sont du même côté d'une sécante de deux droites, et si l'un est interne, l'autre est externe, et réciproquement : si les deux droites sont parallèles, ils sont égaux.
 - Le Soleil à Assouan (lettre A) est au zénith (une fois par an, quelques instant, pendant le solstice d'été pour un point du tropique du Cancer), donc (D), symbolisant les rayons du Soleil passe par le centre de la Terre O. Au même instant à Alexandrie (lettre B), un rayon (D'), parallèle à (D), fait un angle α avec la verticale. Comme (D)/(D'), l'angle AOB = α (ce sont des angles correspondants). Eratosthène mesure $\alpha = 7,15^\circ$, puis il mesure la distance AB = 800km.
 - Comme la longueur d'un arc est proportionnelle à l'angle au centre on peut écrire $360/P = 7,15/800$. Par un produit en croix on obtient $P = 360 \cdot 800 / 7,15 = 40\,300$ km.
 - Avec la formule $P = 2\pi R$ calculant la circonférence d'un cercle, on obtient $R = P / 2\pi = 40300 / (2 \times 3,14...) = 6400$ km pour le rayon de la Terre.



Ci-contre (haut) portrait d'Eratosthène; (bas) Modeste effort de reconstitution du contenu de la bibliothèque, ce qu'il en reste, sur une étagère de la bibliothèque de l'auteur de l'exposé présent: quelques ouvrages d'Apollonius, Euclide, Platon, Sophocle, Epictète, Homère, Aristote, Archimède, l'ancien testament (il y avait plus de 500 000 ouvrages à la bibliothèque d'Alexandrie, active pendant plus de 6 siècles).



Algorithme d'Eratosthène

- Le crible d'Eratosthène est un algorithme permettant de trouver les premiers nombres premiers. Ce sont les nombres divisibles par 1 et par eux-mêmes uniquement.

- Ci-contre : Comment chercher les nombres premiers inférieurs à 100? On écrit tous les nombres entiers de 1 à 100.*

- On raye 1 qui n'est pas premier.
- On entoure 2 qui est premier. On raye tous les nombres multiples de 2 (donc 4,6,8...).
- On entoure 3 qui est premier.
- On raye tous les nombres multiples de 3 (donc 6,9,12...).
- On continue 5 n'est pas rayé, ni 7...etc.
- La liste des nombres premiers inférieurs à 100 est donc 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Ci-contre : (bas) Vue de Syracuse

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Archimède de Syracuse (-287,- 212)



- C'est Archimède qui introduit la notion de **centre de gravité** d'un triangle (Comment une idée peut-elle avoir un centre de gravité?). Et, c'est encore lui qui permet de comprendre la notion de **barycentre** qui est réinvestie par les mathématiques modernes.
- Propriété d'Archimède : soit b un nombre naturel non nul. Pour tout nombre a (entier naturel), il existe un nombre k (entier naturel) tel que $kb > a$.
- En utilisant une double suite, celle des périmètres des polygones inscrits et exinscrits dans un cercle de rayon 1, après 96 itérations, il parvient à encadrer une valeur de π entre $220/71$ et $22/7$.
- Il est à l'origine de la formule qui permet de calculer le volume d'une sphère $V = \frac{4\pi R^3}{3}$
- Pour démontrer ses résultats sur les aires et les volumes Archimède utilise la méthode d'exhaustion d'Eudoxe. Elle permet d'éviter d'utiliser le concept d'infiniment petit et d'infiniment grand que les Grecs rejetaient depuis les paradoxes de Zénon, ce disciple de Parménide. Ainsi Archimède est un précurseur du calcul infinitésimal.

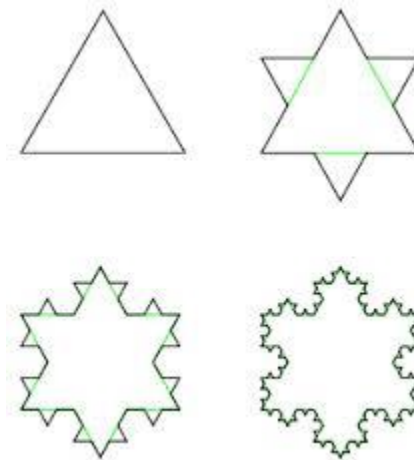


Ci-contre (haut) vue de Syracuse ; (bas) vue de Syracuse

Une réplique à Zénon d'Alexandrie chez les modernes

Un défi aux paradoxes de Zénon, comme celui d'Achille et la tortue, pourrait être le flocon de Von Koch (1904) qui a une structure fractale dont le périmètre est infini et l'aire est finie.

Ci-contre : Construction du flocon de Von Koch, où on part d'un triangle équilatéral.



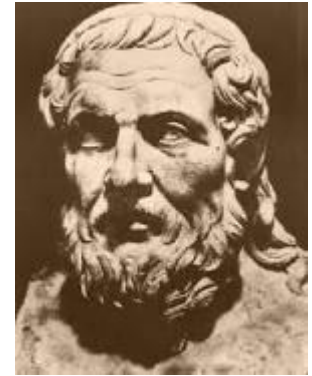
Les fausses références

- Fausse piste n°1 : Lessing a attribué à partir de 1773 à Archimède de Syracuse le problème dit des bœufs d'Hélios.
 - Problème qui fut longtemps sans solution (jusqu'en 1965, et grâce aux premiers ordinateurs car la plus petite solution comporte 206 546 chiffres), et Voltaire ironise : « *Lorsqu'Archimède trouva la pesanteur spécifique des corps, il rendit service au genre humain; mais à quoi nous servira de trouver 3 nombres tels que la différence des carrés de deux ajoutée au cube des trois fasse toujours un carré, et que la somme des 3 différences ajoutée au même cube fasse un autre carré?* » (Dictionnaire philosophique)
- Cependant Platon fait référence à ce problème dans le dialogue du *Charmides*, qu' « *Archimède appela problème des bœufs de Hélios* ».
- C'est un anachronisme, car Platon n'a pas pu connaître le Archimède que tout le monde connaît aujourd'hui. Il y aurait eu un homonyme auquel Platon fait référence.
- Fausse piste n°2 : Dans la mythologie grecque on pourrait confondre facilement Archimède avec le personnage légendaire Dédale patron des sculpteurs, contemporain de Thésée, ingénieur, architecte du Labyrinthe en Crète, qui fuit en Grèce le meurtre de Talos à l'Acropole, d'où il fuit encore la colère de Minos après avoir aidé Thésée à tuer le Minotaure, pour aller se réfugier en Sicile après la perte de son fils Icare. En Sicile Minos le débusquera, mais aidé par le roi Cocalos, Dédale tendra un piège à Minos. Platon mentionne Dédale dans le *Ménon* et le dialogue *Alcibiade majeure*.

Apollonius de Perga (200 av. JC.)

- Il a écrit les *Coniques*. A la différence des *Eléments* d'Euclide, les *Coniques* d'Apollonius mettent en avant des problèmes à résoudre, plutôt que simplement des propositions à démontrer. Comme dans les travaux d'Archimède les mathématiques sont instrumentalisés, et mis en mouvement dans un but de recherche. C'est une dichotomie que l'on retrouve dans l'enseignement des mathématiques modernes : l'intérêt pour les problèmes qu'on veut résoudre, détourne parfois les étudiants de l'intérêt pour la maîtrise des définitions qui permettent de comprendre le sujet (Kleene).
- Descartes, Newton n'auront de cesse de résoudre les problèmes posés par Apollonius.

Ci-contre Une vue d'Alexandrie, la mer forme un conique ;)



IV. Destruction de la bibliothèque, et rayonnement persistant de la science

1) Claude Ptolémée est un romain originaire de Thèbes (Luxor), né en 90 et il meurt à Canope en 168, et vécu à Alexandrie.

2) On ne sait presque rien sur la vie de Diophante sinon qu'il vécu à Alexandrie, comme Héron.

Perte progressive



- Le premier incendie qui aurait atteint la bibliothèque fut causé par accident par César venu soutenir Cléopâtre dans son accession au trône, dans un climat de guerre civile, son bateau est encerclé dans le port, il décide de mettre feu aux navires qui l'encerclent, et le feu se propage aux quartiers proches du port, jusqu'à la bibliothèque, selon Plutarque. Antoine, après la mort de César, donnera des milliers de livres à Cléopâtre plus tard pour compenser la perte causée par César. Cléopâtre, une descendante des Ptolémée d'ascendance grecque et extrêmement cultivée, était très affectée par cette perte. Après la mort de Cléopâtre et de Marc Antoine, Alexandrie devient une province romaine sous la domination d'Auguste (neveu de César) premier empereur romain qui ne subventionne pas la bibliothèque comme elle l'avait été du temps des Ptolémée.
- Toutefois on peut faire une distinction, car la rhétorique est très prisée par les Romains pour son utilité en politique. Shakespeare en donne une illustration vraisemblable dans la pièce sur Jules César avec les discours d'Antoine à la foule contre les traites. *(Ceci pour réveiller la querelle entre latinistes et hellénistes peut-être)*
 - En 400 après JC. le christianisme devient la religion officielle romaine, l'empereur Théodose ordonne la destruction des monuments païens. C'est une sorte de Saint Barthélémy avant l'heure.
 - En 616 ap. JC. les Perses envahissent Alexandrie et l'islam s'installe. De nouveau, ce sont des destructions des ouvrages de la bibliothèque. Cette fois définitives

Ci-contre statue de Cléopâtre par Masini Girolamo 1882 ; (en haut) scène du film de Jean Prat adaptation d'Antoine et Cléopâtre de Shakespeare au cinéma (1967).

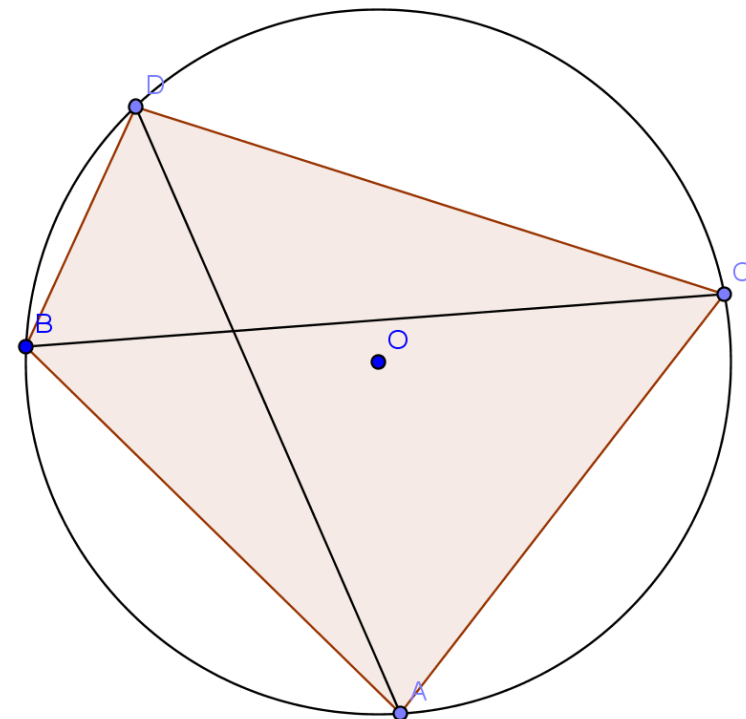


Claude Ptolémée (90-168 ap. JC.)



- Il a écrit l'Almageste, où il établit le théorème suivant:
« *Dans un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle, le produit des diagonales est égal à la somme des produits des côtés opposés* ». Le mathématicien irlandais J. Casey (1820-1891) publiera un généralisation de ce théorème.
- Le système astronomique géocentriste de Ptolémée a eu une influence considérable sur tout le Moyen Age.

Ci-contre gravure du XVIème



Héron d'Alexandrie (1^{er} siècle av. JC.)



- Il est à l'origine d'une formule permettant de calculer la surface d'un triangle, sans connaître la hauteur : $S = [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$, avec a, b, c les côtés du triangle et p le périmètre.

Ci-contre: vue d'Alexandrie



Diophante (200-284 ap. J.C.)

- Lorsqu'un problème comporte deux inconnues, mais qu'on ne peut poser qu'une seule équation, on obtient ce qu'on appelle aujourd'hui une « équation cartésienne » de droite, et il peut y avoir une infinité de solutions, mais il n'est pas encore sûr qu'on trouvera parmi elles un couple de solutions (x, y) tel que x et y soient des entiers naturels.
- Diophante, qui a écrit *les Arithmétiques*, a mis au point des techniques pour résoudre ce type d'équations, appelées « équations de Diophante » ou « équations indéterminées ».

Ci-contre plage d'Alexandrie



Diophante

- Un problème russe : « Vous devez acheter 19 roubles un pull, mais vous n'avez que des billets de 3 roubles, et la caissière n'a que des billets de 5 roubles. Pouvez vous payer votre achat avec l'argent dont vous disposez? »
- *Diophante ne cherchait qu'une solution.*

(Réponse : Le problème se ramène à résoudre $3x-5y=19$. On peut tracer la droite qui a cette équation cartésienne, et observer pour tout x entier positif quand est-ce qu'on obtient une première valeur y entier positif.)

L'équation est de la forme $ax+by=c$, (E)

On applique le théorème de Bézout

Soit a et b sont premiers entre eux, alors il existe u et v 2 entiers relatifs tels que $au+bv=1$

3 et -5 sont irréductibles entre eux,
 $3u-5v=1$, ex: avec $u=2$, et $v=1$

Le couple $(uc; vc)$ est solution de (E), notons la $(x';y')$

$(38; 19)$ est une solution de (E)

Le système
 $ax+by=0$, (L1)
 $ax'+by'=c$, (L2)
Où (L1) équivaut à
 $a(x-x')+b(y-y')=0$
Le couple $(X=x-x', Y=y-y')$ est solution de (E'):
 $aX+bY=0$, où $(X;Y)=(-bz;az)$, z appartient aux relatifs.

$(X=x-38; Y=y-19)$ est le couple solution de
 $3X-5Y=0$, où $(X,Y)=(5z;3z)$,
 z un nombre relatif quelconque. D'où
 $(x;y)=(38+5z; 19+3z)$.
Vérification:
Si $z=1$
 $x=43$, (129 sortie)
 $y=22$, (-110 entrée)

V. Conclusion.

- Au final, il ne convient pas tant de se demander si l'ordinateur peut être doué d'une spontanéité. Pour contourner cette impossibilité, qui n'a pas vraiment de sens, il convient plutôt de prendre en compte la relation entre l'intuition de l'utilisateur et le mode de fonctionnement de l'ordinateur, qui peut être intuitif, mais qui peut aussi aider l'intuition à suivre un mode d'expression plus rigoureux. Ce qui permettrait lorsque l'intuition arrive à un résultat sûr qu'on ne soit pas obligé de tout redémontrer.